



基于思维品质视角的中新两国教科书“二次函数”习题比较研究

西北师范大学教育学院 730070 张定强 闫佳洁

【摘要】 习题是数学教科书的重要组成部分,是培养学生思维品质的重要途径.从习题数量、习题题型和习题难度三个维度,对中新教科书中“二次函数”内容的习题进行比较分析,发现:新加坡大题数量比我国少,但小题数量比我国多,题目类型编排两国基本一致,但新加坡习题难度略低于我国.进一步研究发现:两国二次函数习题均重视基本思维品质的训练,体现了分层设计,但习题在抽象性、直观性、知识上有差异,在背景性上各有特点.

【关键词】 二次函数;习题;比较研究

1 引言

数学教科书是展现数学思维过程的重要场所,是学生获得数学知识、提高数学能力、增长数学智慧的重要途径.而习题是数学教科书的重要组织部分,是学习者掌握、运用所学知识的一个重要途径,是评价、诊断、完善学生数学认知水平的基本工具,是深化理解数学原理,提高思维水平的主要方式,习题一个极为重要的功能是学习者养成良好的数学思维习惯,形成数学核心素养的主要形式.学生的数学经验和数学智慧、数学思维品质的形成都与习题系统有着密不可分的关系.习题一般包括问题系统和解决系统两个方面,所以习题质量直接影响数学教育的质量,需要做深入细致的解析.

二次函数是义务教育学习的重要内容,是初中数学教学的重难点.我国教材与新加坡教材都是以二次函数的图像与性质、二次函数与一元二次方程的关系、二次函数的应用为主线来编写的,各部分内容都设置了相应的例题和习题,本文基于思维品质主要研究二次函数习题方面的差异性.选取人教社出版的《义务教育课程标准实验教科书数学》(以下简称《课标数学》)九年级上册第二十二章“二次函数”^[1],新加坡 Prof Lee Peng Yee 等主编的《New

Syllabus Mathematics》(以下简称《新数学》)《新数学2》中的第十章“二次函数图像”^[2]中的习题(本文中习题含练习、课后习题和复习题)作为研究对象.

2 二次函数习题题量与题型的比较

在中学数学教育期刊中,大多探讨的是关于习题、试题解决中的思维过程、解题策略、延伸拓展等,本文从思维品质的视角对“二次函数”习题的量与质进行反思、归纳和分析.

首先从数量上进行比较,由表1可知,大题数《课标数学》比《新数学》多16道,通常情况下《课标数学》中的习题是由练习、课后习题和复习题组成,而《新数学》在二次函数习题的设置中没有练习.对比两国教材中的习题,发现两国二次函数习题中都有大题内嵌套小题的特点,且每道大题下的小题个数为2、3、4不等,其中《新数学》中小题个数为2道、3道和4道的大题分别占到了所有习题数量的43.33%、26.67%和6.67%,《课标数学》中则分别是17.39%、6.52%和13.04%.由此可以看出,《新数学》虽然在大题数量上比《课标数学》少,但是其小题个数要比我国的多,且《新数学》中同一节内容大题大多数是应用同一个性质或方法的习题,属于同质问题.

表1 两国二次函数习题数量统计

类目\教材	新数学			课标数学		
	练习	课后习题	复习题	练习	课后习题	复习题
习题量	0	16	14	9	27	10
总量	30			46		

注:表中整数为习题的个数,以大题为计算单位.

其次从题型上进行比较,戴再平在《数学学习题理论》^[3]将数学习题分为四类:标准性题、训练性题、探

索性题和问题性题.比较发现,两国训练性题占到了习题总数的60%以上,第二位是探索性题,这符合学



生的思维发展规律,通过二次函数习题的基础训练以培养学生思维的深刻性、灵活性、敏捷性和系统性.标准性题在《新数学》中有1道,在《课标数学》中没有,问题性题在《新数学》中占到总习题数的3.33%,而《课标数学》占得百分比为15.22%,说明我国数学教科书注重问题意识的培养,以提升学生批判性思维能力.

3 二次函数习题难度的比较

通过评价习题的难度,可以透视不同版本习题对思维程度的要求程度.曹一鸣和吴立宝建构的例习题难度的模型^[4]是从要求水平(YQ)、知识点含量(ZS)、背景水平(BJ)三个维度来刻画,具体难度水平见表2.计算难度的公式是如下的(1)、(2)、(3)、(4).

习题平均要求水平(YQ)的计算方法如下:

$$YQ = \frac{1 \cdot A + 2 \cdot B + 3 \cdot C + 4 \cdot D}{A + B + C + D}, \quad (1)$$

其中A(或B、或C、或D)为“模仿(或理解、或运

用、或探究)”的习题数目;

习题知识点含量(ZS)的计算方法如下:

$$ZS = \frac{1 \cdot A + 2 \cdot B + 3 \cdot C + 4 \cdot D}{A + B + C + D}, \quad (2)$$

其中A(或B、或C、或D)为含1个(或2个、或3个、或3个以上)的习题数目;

习题背景水平(BJ)的计算方法如下:

$$BJ = \frac{1 \cdot A + 2 \cdot B + 3 \cdot C + 4 \cdot D}{A + B + C + D}, \quad (3)$$

其中A(或B、或C、或D)为“无背景(或个人生活背景、或公共常识背景、或科学背景)”的习题数目;

对于整部分习题的难度(N)计算,用如下公式:

$$N = \alpha \cdot YQ + \beta \cdot ZS + \gamma \cdot BJ, \quad (4)$$

其中 α 、 β 、 γ 分别是要求水平、知识点含量和背景水平的权重,其值为0.38、0.36、0.26(α 、 β 、 γ 分别是由层次分析法得出的).

表2 习题难度水平划分

难度(N)	要求水平(YQ)	模仿	理解	运用	探究
	知识点含量(ZS)	一个	两个	三个	三个以上
	背景水平(BJ)	无背景	个人生活	公共常识	科学背景

通过表2及习题难度计算公式,对《新数学》教材和《课标数学》教材中二次函数的习题进行统计和计算,结果如表3、表4.

表3 两国二次函数习题考查统计

		新数学	课标教学
要求水平	模仿	18(60%)	17(36.96%)
	理解	5(16.66%)	11(23.92%)
	运用	5(16.67%)	10(21.73%)
	探究	2(6.67%)	8(17.39%)
知识点含量	一个	1(3.33%)	18(39.13%)
	两个	20(66.67%)	17(36.96%)
	三个	9(30%)	5(10.87%)
	三个以上	0(0%)	6(13.04%)
背景水平	无背景	25(83.33%)	33(71.74%)
	个人生活	1(3.33%)	11(23.92%)
	公共常识	1(3.33%)	1(2.17%)
	科学背景	3(10%)	1(2.17%)

应用表3的统计和(1)、(2)、(3)式计算得到《新数学》和《课标数学》在每个难度水平的难度

值,结果如表4.

表4 两国二次函数习题各水平难度值

	要求水平	知识点含量	背景水平
新数学	1.7	2.27	1.4
课标数学	2.2	1.98	1.35

从表3可知,在要求水平方面,两国要求最多的都是模仿,即通过模拟例题等解题过程进行习题解答,巩固思维的深刻性;探究题目数量最少,并沿着模仿、理解、运用、探究每一级习题量都在减少,符合思维发展的递进原则,在创造性、独特性方面适量练习即可;从知识点含量来看,新加坡要求知识点含量为两个的题目最多,我国要求一个或两个的题目较多,新加坡没有含三个以上知识点的题目,而我国则有六道,约占习题总量的13%,说明在思维训练的侧重点不同,不同的知识点需要的思维容量不同;从背景水平看,《新数学》无背景占习题总量的约83%,《课标数学》占到了约72%,《新数学》中科学背景的题目较多,而《课标数学》中以个人生活为背景的较多,说明不同文化背景下思维的着力点有所不同,对思维品质的形成与影响也会产生不同的效果.



通过(4)式计算得到两国二次函数习题的整体难度如下:《新数学》二次函数习题难度值为1.83,《课标数学》二次函数习题难度值为1.90,我国二次函数习题难度略大于新加坡,但差异并不大。

4 研究的结论及对思维品质培养的启示

4.1 两国“二次函数”习题重视基础训练,着力于数学思维的基础性与严谨性培养

两国习题在题型和要求水平的分布情况大致相同,在题型的分配上呈现出相同的分配规律:训练性题 > 探索性题 > 问题性题 > 标准性题;在要求水平上,也呈现出相似的规律:模仿 > 理解 > 运用 > 探究。从中发现两本教材在二次函数在习题的编制上有重基础、促提高的特点,从题型上来看,两国训练性的题都占到了60%以上,旨在培养学生数学思维的基础性,通过习题让学生掌握数学基础知识,形成数学基本技能,而在要求水平上,两国模仿的习题题量最多,旨在通过模拟例题等帮助学生养成严谨求实的思维品质,进一步巩固基本概念、性质以及熟练作图等数学素养。

4.2 两国“二次函数”习题体现分层设计,着力于数学思维的灵活性与广阔性的培养

在二次函数习题设计上,两国均体现了分层设计的理念,但我国课后习题编排更具层次性。例如,《新数学》的总复习最后加入了“问题解决”模块,且该模块的习题难度要比其他习题难度大。《课标数学》的课后习题和复习题中分为“复习巩固”、“综合运用”和“拓广探索”三个模块,且从习题难度上看,其呈现规律为:复习巩固 > 综合运用 > 拓广探索。“复习巩固”与新加坡的课后习题可以参照例题来解答,而新加坡的“问题解决”和我国的“综合运用”与“拓广探索”是在例题的基础上的进一步延伸和拓展,不再是模仿,需要更广阔的思维视野。分层设计的理念充分关注数学思维的灵活性与广阔性特质,有利于不同水平学生数学思维水平的提高。

4.3 两国“二次函数”习题在抽象性与直观性知识上有差异,着力于数学思维直观性与逻辑性的培养

《新数学》中二次函数问题解决方面的习题是通过函数图像来直观解决的,以考查通过图像找对称轴以及给出一个点的横(纵)坐标来找它的纵(横)坐标为主。而《课标数学》综合应用与拓展探索习题注重学生运用性质解决问题,注重培养学生的抽象思维能力。如二次函数顶点式、一般式的性质、确定二次函数的表达式等是其在习题设计方面的亮点,充分体现了课标中对二次函数图像的要求^[5];由

此可知,新加坡在二次函数习题的设置上直观性较强,我国抽象性要求更高,这种不同要求反映了不同的习题建构思路,但着力培养学生数学思维的直观性与逻辑性是习题建构的核心,通过直观可能训练学生敏锐的洞察力、联想力,通过抽象不断提升学生的逻辑思维思维能力。

4.4 两国“二次函数”习题背景各有特点,着力于数学思维批判性与创新性的培养

习题背景一般分为无背景、个人生活、公共常识和科学背景四个方面,后三个背景是数学文化的部分体现。从中新两国二次函数习题的背景来看,两国70%以上的习题都属于无背景题目,即纯粹的数学题。除此之外,新加坡科学背景的题目占到了剩余习题的60%,这60%的科学背景都以物理科学为主,而我国以个人生活为背景的习题则占到了剩余习题的85%左右。这种不同背景的习题在训练学生基本素养的基础上,还强化学生数学思维的批判性与创新性,让学生在习题背景下深化对习题意境的理解,经历分析思维方式、评估思维方式和提高思维方式的阶段,立足于数学知识的学习与运用去创新。

5 结语

习题在数学教材的地位不容质疑,如果有效的挖掘习题的内涵,以更好地培养学生的数学思维品质就是数学教育研究的主题之一。不同国别在二次函数习题的编排上各有特色,需要深入其内,从不同维度探析,才能有效、高效地利用于习题于学生数学思维品质的提升。我国在二次函数习题方面层次鲜明、指向明确,新加坡教材难度偏低、背景多元,需要相互借鉴,充分发挥习题在数学教育教学中的功能。

参考文献

- [1] 义务教育课程标准实验教科书数学九年级(上册)[M].北京:人民教育出版社,2005.
- [2] Prof Lee Peng Yee. New Syllabus Mathematics 2[M]. Singapore: Utopia Press Pte Ltd, 2011.
- [3] 戴再平. 数学习题理论[M]. 上海: 上海教育出版社, 1999.
- [4] 曹一鸣, 吴立宝. 初中数学教材难易程度的国际比较研究[J]. 数学教育学报, 2015, 24(4): 4.
- [5] 全日制义务教育数学课程标准(实验)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2011.

作者简介 张定强(1963—),男,甘肃天水人,教授,教育学博士,主要从事数学教育基本理论、教师教育研究。曾在《课程·教材·教法》、《数学教育学报》、《数学通报》、《中学数学杂志》等刊物发表论文90多篇,主编著作3部,参编6部。